

# DIPLOMA SEMESTER EXAMINATION - 2019 (S)

Course : Common to All Engineering

Code : 2002

Subject : Applied Mathematics - II

Year/Sem. : Second Semester

Time : 2½ Hours ]

[ Max.Marks : 100

Note : Attempt all three sections. Assume English Version Correct, if difference in Hindi Version.

## Section -A (भाग - अ)

Note : Attempt any Ten questions/ किन्हीं दस प्रश्नों को हल कीजिए :

10×2=20

1. Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

मान निकालें :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$



2. If  $f(x) = \frac{1 - 2 \tan x}{1 + 2 \tan x}$ , find the value of  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

यदि  $f(x) = \frac{1 - 2 \tan x}{1 + 2 \tan x}$  तो  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  का मान बतायें।

3. Integrate :  $\int (1 - \cos 2x) dx$

समाकलन कीजिए :  $\int (1 - \cos 2x) dx$

4.  $\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \dots\dots\dots$

5. Find the value of  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  का मान बतायें।

[ Turn Over

2

6. Find the rank and degree of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} - K^2y = 0$

$\frac{d^2y}{dx^2} - K^2y = 0$  की कोटि तथा घात बतायें।

7. If  $y = ax^2 + bx + c$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$

यदि  $y = ax^2 + bx + c$  तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  का मान ज्ञात करें।

8.  $\int e^{ax} \sin bx = \dots + c$

9. Integrate :  $\int_a^b \frac{1}{x} dx$

समाकलन कीजिए :  $\int_a^b \frac{1}{x} dx$

10. Find the slope of the tangent to the curve  $y = 3x^2$   
वक्र  $y = 3x^2$  की स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

11. The marks obtained by the students of a class in mathematics is as follows : 80, 90, 55, 85, 90.  
Find the arithmetic mean of the marks obtained.  
किसी कक्षा में 5 छात्रों द्वारा गणित की परीक्षा के प्राप्तांक निम्नवत् है : 80, 90, 55, 85, 90  
तो प्राप्तांकों के माध्य ज्ञात करें।

12. Write down the relation between mean, median and mode.  
समानांतर माध्य, माध्यिका एवं बहुलक में सम्बन्ध बताइए।

**Section -B (भाग - ब)**

Note : Attempt any Five questions. / किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

5×6=30

13. If  $y = f(x) = \frac{2x+3}{3x-2}$ , find the value of  $f(y)$ .

यदि  $y = f(x) = \frac{2x+3}{3x-2}$  तो  $f(y)$  का मान बतायें।

14. Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1-x}$

मान ज्ञात करें :  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1-x}$

15. Differentiate  $e^x$  by first principle of differentiation with respect to  $x$ .  
 $e^x$  का प्रथम सिद्धान्त से  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात करें।

16. Integrate :  $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 6e^x + 5} dx$

समाकलन कीजिए :  $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 6e^x + 5} dx$

17. Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \sin^5 x \cdot \cos^8 x dx$  using Gamma function.

गामा फलन की सहायता से  $\int_0^{\pi/2} \sin^5 x \cdot \cos^8 x dx$  का मान ज्ञात करें।

18. Solve :  $(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$

हल कीजिए :  $(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$

19. Find out the mode of the following table :  
दी गई सारणी का बहुलक ज्ञात करें :

Class Interval	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Frequency	8	12	25	45	11	9

### Section -C (भाग - स)

Note : Attempt any Five questions. / किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

5×10=50

20. Integrate :  $\int \frac{dx}{\sin x + \sin 2x}$

समाकलन कीजिए :  $\int \frac{dx}{\sin x + \sin 2x}$

21. If  $y = e^{ax} \sin bx$ , prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2) y = 0$

यदि  $y = e^{ax} \sin bx$  तो सिद्ध कीजिए :  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2) y = 0$

22. Find the equation of tangent and normal to the ellipse  $4x^2 + 3y^2 = 24$  at the point  $(\sqrt{3}, 2)$   
दीर्घवृत्त  $4x^2 + 3y^2 = 24$  के बिन्दु  $(\sqrt{3}, 2)$  पर स्पर्श रेखा एवं अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

23. Show that the height of a closed cylinder of given surface and maximum volume is equal to the diameter of the base.  
सिद्ध कीजिए कि दिए हुए पृष्ठ और उच्चतम आयतन के लंबवृतीय बेलन की ऊँचाई उसके आधार के व्यास के बराबर होती है।

24. Prove that :  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$

सिद्ध करें कि :  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$

25. Find the value of  $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$  using Trapezoidal rule.

समलंबी नियम से  $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$  का मान ज्ञात करें।

26. Find out Rank correlation coefficient from the following table :  
निम्न सारणी की सहायता से कोटि सह सम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	60	34	40	50	45	41	22	43	42	66	64	46
y	75	32	34	40	45	33	12	30	36	72	41	57

\*\*\*\*\*

# DIPLoma SEMESTER EXAMINATION 2018 (Summer)

Course : Common to all Engineering Branches  
Code : 2002  
Subject : Applied Mathematics - II  
Year/Sem : Second Semester

Time : 2½ Hours ]

[ Max.Marks : 100

Note : Assume English Version Correct, if difference in Hindi Version.

## Section - A (भाग-अ)

Note : Attempt any Ten questions. / किन्हीं दस प्रश्नों को हल कीजिए। 10×2=20

1. If  $f(x) = \log_e x$ , then show that :  $f(uv) = \log_e u + \log_e v$   
यदि  $f(x) = \log_e x$  तो दिखाइये कि :  $f(uv) = \log_e u + \log_e v$

2. Value of  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = ?$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = ?$  का मान बताइये।

3. If  $y = ax^2$ , then show that :  $x \frac{dy}{dx} = 2y$

यदि  $y = ax^2$ , तो दिखाइये कि :  $x \frac{dy}{dx} = 2y$

4. Find out slope of tangent at the point (3, 1) of the curve  $x^2 + 5y^2 = 14$ .

वक्र  $x^2 + 5y^2 = 14$ , के बिन्दु (3, 1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिये।

5. Find the value of  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = ?$

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = ?$  का मान ज्ञात कीजिए।

6. In the property of definite Integral  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , if  $f(x)$  is .....

Definite Integral की property में  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , यदि  $f(x)$  का मान होगा .....

[ Turn Over

6

7. Write down order and degree of the given differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

दी गयी अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  की क्रम तथा घात लिखिये।

8. Simpson's rule is used for calculating .....  
सिम्पसन नियम का उपयोग ..... गणना में किया जाता है।
9. Necessary and sufficient condition for differential equation  $Mdx + Ndy = 0$ , to be an exact is .....  
अवकल समीकरण  $Mdx + Ndy = 0$  के यर्थाथ होने की आवश्यक प्रतिबन्ध है .....
10. Write down formula for Co-efficient of rank correlation.  
कोटि सहसम्बन्ध गुणांक का सूत्र लिखिये।
11. Find out median of the marks obtained by students in mathematics, if their marks are such that:  
यदि छात्रों द्वारा गणित विषय में प्राप्त अंक निम्न प्रकार हैं तो माध्यिका ज्ञात कीजिये :  
50, 40, 45, 42, 48, 49, 44, 46, 39
12. If mean and median of a distribution is 12 and 16.5 respectively then find out its mode.  
यदि किसी वितरण का माध्य 12 तथा माध्यिका 16.5 है तो उसका बहुलक ज्ञात कीजिये।

### Section - B (भाग-ब)

Note : Attempt any Five questions. / किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

5×6=30

13. (a) Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$  मान ज्ञात कीजिए।

(b) Differentiate w.r. t. x :

x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$y = e^{\tan^{-1}x}$$

14. If  $y = A \cos 2x + B \sin 2x$ , then prove that :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

यदि  $y = A \cos 2x + B \sin 2x$  तो सिद्ध कीजिए कि :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

15. Find the equation of tangent and normal for the curve  $x^2 + y^2 = 36$ , at the point  $(2, 1)$ .

वक्र  $x^2 + y^2 = 36$  की बिन्दु  $(2, 1)$  पर स्पर्श तथा अभिलम्ब रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

16. Prove that at  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $y = \sin x (1 + \cos x)$  will be maximum also find out maximum value of the function.

सिद्ध कीजिये कि  $x = \frac{\pi}{3}$  पर,  $y = \sin x (1 + \cos x)$  महत्तम होगा तथा फलन का महत्तम मान भी ज्ञात कीजिये।

17. Integrate (समाकलन कीजिये) : (a)  $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$  (b)  $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2} dx$

18. Solve the given differential equation (अवकल समीकरण को हल कीजिये)  $\frac{dy}{dx} - xy = x$

19. If mean of the given frequency distribution is 25, then find out unknown frequencies, when sum of all frequencies ( $\sum f$ ) is 160.

यदि दिये गये आवृत्ति वितरण का माध्य 25 है तो अज्ञात आवृत्तियाँ ज्ञात कीजिये जबकि सभी आवृत्तियों का योग 160 है।

Class (वर्ग अन्तराल)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
$f$ (आवृत्ति)	17	$f_1$	32	$f_2$	19

### Section - C (भाग-स)

Note : Attempt any Five questions / किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

5×10=50

20. If  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}}}$ , then show that :  $(2y - 1) \frac{dy}{dx} = 1$

यदि  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}}}$  तो सिद्ध कीजिये कि :  $(2y - 1) \frac{dy}{dx} = 1$

21. Prove that maximum value of  $\left(\frac{1}{x}\right)^x$  is  $e^{1/e}$ .

सिद्ध कीजिये कि  $\left(\frac{1}{x}\right)^x$  का महत्तम मान  $e^{1/e}$  होगा।

22. Integrate (समाकलन कीजिये) :  $\int \sin^3 x \, dx$

23. Evaluate (मान ज्ञात कीजिये) :  $\int_0^{\pi/2} \sin^4 \theta \cos^6 \theta \, d\theta$  (using gamma function)

24. Solve the given Differential Equation  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$

दी गयी अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$  को हल करो।

25. Calculate, by Simpson's rule on approx the Value of the integral  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ , by taking ten equal intervals.

समाकल्य  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  का मान, दस बराबर अन्तराल लेते हुये, सिम्पसन नियम की सहायता से ज्ञात कीजिये।

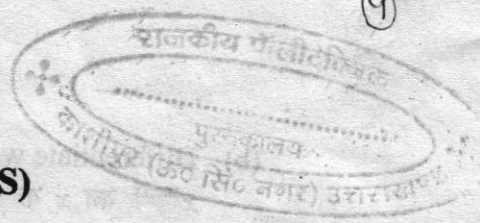
26. The following table shows the ranks of 10 students according to their achievements in practical and theory paper's of science. Find the Co-efficient of rank correlation.

निम्न सारणी 10 विद्यार्थियों की रैंक उनके विज्ञान के Practical और Theory के अंकों के आधार पर दर्शाती है। Co-efficient of rank correlation ज्ञात कीजिए।

Practical	8	3	9	2	7	10	4	6	1	5
Theory	9	5	10	1	8	7	3	4	2	6

\*\*\*\*\*





## DIPLOMA SEMESTER EXAM, 2016 (S)

Course : Common to all  
 Code : 2002  
 Subject : Applied Maths-II  
 Year/Sem. : II Semester

Time : 2½ Hrs.

M.M. : 100

Note : All questions are compulsory.

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. Attempt any four parts. (कोई चार भाग कीजिए) 5 × 4 = 20

(a) If  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  then find the value of  $f(\sec\theta)$ .

यदि  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  तो  $f(\sec\theta)$  का मान ज्ञात कीजिए।

(b) Find the value of  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^2 - a^2}$ .

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^2 - a^2}$  का मान ज्ञात करो।

(c) Find the  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log(1+x)$ .

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log(1+x)$  का मान ज्ञात करो।

(d) Differentiate w. r. to  $x$  —  $7x^{-4} - 4 \log_e^{x+5}$ .

$x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात करो  $7x^{-4} - 4 \log_e^{x+5}$

(e) Differentiate  $2x^3$  with the help of first principle of differentiation.

$2x^3$  का अवकलन प्रथम सिद्धान्त से कीजिए।

2. Attempt any four parts (कोई चार भाग कीजिए) 5 × 4 = 20

(a) Differentiate w. r. to  $x$  —  $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

(b) Differentiate w.r.  $x - x^{\sec 3x}$

$x^{\sec 3x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

(c) If  $x = a \cos^3 \theta$ ,  $y = a \sin^3 \theta$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

यदि  $x = a \cos^3 \theta$ ,  $y = a \sin^3 \theta$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात करो।

(d) If  $y = a \cos px + b \sin px$  then prove that  $\frac{d^2 y}{dx^2} + p^2 y = 0$

यदि  $y = a \cos px + b \sin px$  तो सिद्ध कीजिए—  $\frac{d^2 y}{dx^2} + p^2 y = 0$

(e) Find the maxima and minima point of the function  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

फलन  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$  का उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए।

3. Attempt any four parts. (कोई चार भाग कीजिए)

5 × 4 = 20

(a) Solve  $\int \frac{x^4 + 2x^2 + 3}{x^3} dx$ .

$\int \frac{x^4 + 2x^2 + 3}{x^3} dx$  का मान ज्ञात करो।

(b) Solve  $\int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$ .

$\int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$  का मान ज्ञात करो।

(c) Solve  $\int x e^{ax} dx$ .

$\int x e^{ax} dx$  का मान ज्ञात करो।

(d) Find the value of  $\int_1^3 \frac{x^4 + 1}{x^2} dx$ .

$\int_1^3 \frac{x^4 + 1}{x^2} dx$  का मान ज्ञात करो।

(e) Prove that  $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ .

सिद्ध करो  $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$

4. Attempt any two parts. (कोई दो भाग कीजिए)

10 × 2 = 20

(a) With the help of Simpson's Rule find the value of  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  if  $h = 0.25$ .

सिम्पसन नियम से  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  का मान ज्ञात करो।  $h = 0.25$

(b) Solve the differential equation  $\sec^2 y \frac{dy}{dx} + x \tan y = x^3$

अवकलन समीकरण  $\sec^2 y \frac{dy}{dx} + x \tan y = x^3$  को हल कीजिए।

(c) Solve the differential equation  $x(x + y) \frac{dy}{dx} = y(x + y)$ .

अवकल समीकरण  $x(x + y) \frac{dy}{dx} = y(x + y)$  को हल करो।

5. Attempt any two parts. (कोई दो भाग कीजिए)

10 × 2 = 20

(a) Find out Arithmetic mean of the following table

वर्ग अन्तराल Class Interval	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
बारम्बारता Frequency	8	10	12	20	11

2

(b) Find out standard deviation of the following table—  
दिये हुए आँकड़ों से मानक विचलन ज्ञात करो।  
 $x : 10, 11, 17, 25, 7, 13, 21, 10, 12, 14.$

(c) Integrate  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ .

$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$  का समाकलन कीजिए।

## DIPLOMA SEMESTER EXAMINATION, 2015 (S)

**Course : Common To All Engineering Branches**  
**Code : 202**  
**Subject : Applied Mathematics - II**  
**Year/Sem. : II Semester (Old Course)**

**Time : 3 Hrs.**

**M.M. : 100**

*Note : Attempt five questions including question No. 1 which is compulsory.*

**नोट :** किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

1. Solve any ten parts—

10×2 = 20

किन्हीं दस भागों को हल कीजिए—

(a) Subtract / घटाइये :  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$

(b) If (यदि)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ , find transpose of A.

(c) Determine median for the following / निम्नलिखित की माध्यिका ज्ञात कीजिए :  
14, 34, 6, 34, 42, 28, 102, 0, 25, 34, 11

(d) If  $\overline{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\overline{OB} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ , find (ज्ञात करो)  $\overline{AB}$ .

(e) Find the order (कोटि) of the differential equation :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + 2x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y^3 = 0$$

(f) Laplace transform of 1 is .....

1 का लाप्लास रूपान्तरण है .....

(g) If (यदि)  $y = x^3$ , then (तब) calculate  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

(h) Find the mode of the numbers : 2, 3, 4, 2, 3, 1, 6, 2, 7, 2  
संख्यायें 2, 3, 4, 2, 3, 1, 6, 2, 7, 2 का बहुलक ज्ञात कीजिये।

(i)  $\sqrt{\frac{1}{2}} = \dots\dots$

(14)

(j) Find the relation between  $\beta$  and  $\gamma$  (gama) function. $\beta$  (बीटा) एवं  $\gamma$  (गामा) फलन के सम्बन्ध लिखिये।(k)  $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \dots\dots\dots$ (l) If  $l, m, n$  are direction cosines (dc's) of a line. Find the vlue of  $l^2 + m^2 + n^2$ .यदि  $l, m, n$  किसी रेखा की दिक् कोज्या है तो  $l^2 + m^2 + n^2$  का मान लिखिये।

2. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए—

(a) Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम ( $A^{-1}$ ) ज्ञात कीजिए।(b) Verify Caley-Hamilton theorem for matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  के लिए कैले-हेमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए।(c) Prove  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$  by vector method.वेक्टर विधि से  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$  सिद्ध कीजिए।

3. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए—

(a) Find the shortest distance of the lines :

न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ and (तथा) } \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-4}{5}$$

(b) If (यदि)  $u = \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$ , then prove that (तो सिद्ध कीजिए) :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin u$$

(c) If  $a = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  and  $b = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ , then find  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ .

यदि  $a = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  तथा  $b = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ , तो  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  का मान ज्ञात कीजिए।

4. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए—

(a) Solve the differential equation / निम्न अवकलन समीकरण हल कीजिए :

$$(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx$$

(b) If (यदि)  $u = 3x + 2y - z$ ,  $v = x - 2y + z$ ;  $w = x(x + 2y - z)$  find (ज्ञात कीजिए) :

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} = 0$$

(c) Find  $L(3t^2 - 2 \sin 3t + 4e^t)$ .

फलन  $L(3t^2 - 2 \sin 3t + 4e^t)$  का लाप्लास रूपान्तरण ज्ञात कीजिए।

5. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए—

(a) Find median (माध्यिका) and mode (बहुलक) for the following table :

Numbers	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	2	10	8	7	3

(b) Find standard deviation for the following table :

निम्न तालिका का मानक विचलन ज्ञात कीजिए :

Numbers	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Frequency	6	10	12	10	8

(c) Find Karl Pearson's coefficient of correlation for variable x & y :

चरों x तथा y के लिए कार्ल पियर्सन सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करें :

x	2	4	5	6	8	11
y	18	12	10	8	7	5

16

6. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए—

(a) Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = 0$$

(b) Solve given equation by matrix method :

आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए :

$$7x - y - z = 0, 10x - 2y + z = 8, 6x + 3y - 2z = 7$$

(c) Solve the differential equation :

अवकलन समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{5x}$$

7. Attempt any two parts—

2×10 = 20

कोई दो खण्ड हल कीजिए :

(a) Solve that following equation by Cramer Rule :

क्रेमर नियम से निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$x + y + z = 7, x + 2y + 3z = 16, x + 3y + 4z = 22$$

(b) If  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , then find grad  $r^n$ .

यदि  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , तो grad  $r^n$  का मान ज्ञात कीजिए।

(c) Find :  $\int_0^{\pi} \sqrt{\tan \theta} d\theta$

$\int_0^{\pi} \sqrt{\tan \theta} d\theta$  का मान ज्ञात कीजिए।



**DIPLOMA EXAMINATION - 2012 (Summer)**

Common to all the Branches of Engineering

Applied Mathematics - II

Second Semester

Time : 3 Hours ]

[ Max.Marks : 100

Note : Attempt any five questions, including question no.1 which is compulsory.

कोई पाँच प्रश्न हल कीजिए, प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

1. Attempt any Ten Questions :

2x10=20

किन्हीं दस प्रश्नों को हल कीजिए।

(a) Write down cramer's rule of solving linear equation.

रेखीय समीकरणों को हल करने के लिये "क्रेमर" का सूत्र लिखिये।

(b) If (यदि)  $\begin{bmatrix} 2 & x \\ y & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ ,

then find the value of  $x$  and  $y$  (तो  $x$  तथा  $y$  का मान ज्ञात कीजिये।)(c) Find out Rank of Matrix (आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिये।),  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ (d) If  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , then prove that  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular to each other.यदि  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , तो सिद्ध करो कि  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  एक दूसरे पर लम्ब हैं।

(e) Write down leibnitz's theorem ('लैबनीज' प्रमेय लिखिये।)

(f) Prove that (सिद्ध कीजिये कि) :  $\text{div } \vec{r} = 3$ (g) Write down order and degree of the differential equation -  $\left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^3 = a^2 \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right]^2$   
(दी हुई अवकल समीकरण की क्रम व घात लिखिये)(h) Write Necessary and Sufficient condition for differential equation  $Mdx + Ndy = 0$ , to be exact ?  
अवकल समीकरण  $Mdx + Ndy = 0$  एक यथार्थ समीकरण है। इसके लिये आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिये।(i)  $L \{ \cos ut \} = \underline{\hspace{2cm}}$ (j)  $\int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ (k) Write down fourier series and formula for its constants  $a_0, a_n, b_n$ .फोरियर श्रेणी लिखिये तथा उसके अचर गुणांक  $a_0, a_n, b_n$  के सूत्र भी लिखिये।

(l) Marks obtained by some students, in a subject are as follows -

कुछ छात्रों द्वारा किसी विषय में प्राप्तांक निम्न प्रकार हैं

Marks (अंक)	20	21	22	23	24	25
No. of Students विद्यार्थियों की सं०	1	3	5	7	4	3

Find its mode (इस बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिये)

2. Attempt any Four Parts :

5 x 4 = 20

किन्हीं चार भागों को हल कीजिए :

- (a) By using cramer's rule, solve the following system of equations -  
 क्रमेर नियम की सहायता से निम्न समीकरणों को हल कीजिये -  
 $5x - y + 4z = 5$ ,  $2x + 3y + 5z = 2$ ,  $5x - 2y + 6z = -1$

- (b) If (यदि)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ , then prove that (तो सिद्ध कीजिये कि):  $A^2 - 4A - 5I = 0$

- (c) Find out Rank of the matrix :  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$   
 (निम्न आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिये)

- (d) Prove that vectors  $3\vec{a} + \vec{b} + 5\vec{c}$ ,  $4\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$  and  $-6\vec{a} + 5\vec{b} + 4\vec{c}$  are co-planer.  
 सिद्ध करो कि वेक्टर  $3\vec{a} + \vec{b} + 5\vec{c}$ ,  $4\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$  और  $-6\vec{a} + 5\vec{b} + 4\vec{c}$  समतलीय हैं।
- (e) Find out Area of a parallelogram ABCD, whose Adjacent sides  $\vec{AB} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{AD} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ .

समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जबकि उसकी आसन्न भुजायें क्रमशः  $\vec{AB} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{AD} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  हैं।

3. Attempt any Four Parts :

5 x 4 = 20

किन्हीं चार भागों के उत्तर दीजिए :

- (a) If  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = n \log\left(\frac{x}{n}\right)$ , then prove that  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + n^2 y = 0$

यदि  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = n \log\left(\frac{x}{n}\right)$ , तो सिद्ध करो कि  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + n^2 y = 0$

- (b) If (यदि)  $u = x^2 \tan^{-1} \frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1} \frac{x}{y}$ ,

then prove that (तो सिद्ध करो कि)  $-\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

10

- (c) If (यदि)  $u = \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ , then prove that (तो सिद्ध करो कि)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

(d) If  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$ ,  $z = uvw$ , then find out Jacobian of  $u, v, w$ , w.r. to  $x, y, z$ .

यदि  $x + y + z = u$ ,  $y + z = uv$ ,  $z = uvw$ , तो  $u, v, w$  का जैकोबियन  $x, y, z$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिये।

(e)  $D^n [\sin(ax + b)]$

4. Attempt any Four Parts:

5 x 4 = 20

किन्हीं चार भागों के उत्तर दीजिए :

(a) Solve the differential equations (निम्न अवकल समीकरणों को हल कीजिए) -

(i)  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$

(ii)  $x(x-y) \frac{dy}{dx} + y^2 = 0$

(b) Solve (हल करें):  $(D^2 - 5D + 6)y = e^{4x}$

(c) Solve (हल करें):  $(D^2 - 4)y = x^2$

(d) Find out (ज्ञात कीजिये):  $L\{e^t \sin^2 t\}$

(e) Find out (ज्ञात कीजिये):  $L^{-1}\left\{\frac{2S-1}{2S^2-4S+3}\right\}$

5. Attempt any Four Parts:

5 x 4 = 20

किन्हीं चार भागों के उत्तर दीजिए :

(a) Find the value of  $\left|-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right|$

$\left|-\frac{1}{2}\right|$  तथा  $\left|-\frac{5}{2}\right|$  का मान ज्ञात कीजिये।

(b) Solve (हल कीजिये) -  $\int_0^\infty e^{-4x} x^{5/2} dx$

(c) Show that  $\vec{V} = 2xyz \hat{i} + (x^2z + 2y) \hat{j} + x^2y \hat{k}$  is an irrotational vector point function.

दिखाइये कि  $\vec{V} = 2xyz \hat{i} + (x^2z + 2y) \hat{j} + x^2y \hat{k}$  एक अघूर्णनीय वेक्टर बिन्दु फलन है।

(d) Prove that functions  $u = xy + xz$ ,  $v = yx + yz$  and  $w = zx - zy$  are functionally dependent also find the relation.

सिद्ध कीजिए कि फलन  $u = xy + xz$ ,  $v = yx + yz$  और  $w = zx - zy$  में कोई फलनीय सम्बन्ध है तथा सम्बन्ध भी बताओं।

(e) A bag contains 14 balls. 3 Red, 7 White and 4 black in colour. If three balls are drawn at random, then find the probability that three balls are similar in colour.

एक थैले में 14 गेंदे हैं। जिनमें 3 लाल, 7 सफेद तथा 4 काली हैं। यदि एक साथ तीन गेंदे निकाली जायें, तो तीनों एक ही रंग की हों, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

6. Attempt any Four Parts (किन्हीं चार भागों के उत्तर दीजिए) :

5 x 4 = 20

(a) If  $x^x y^y z^z = c$ , then show that at  $x=y=z$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$

यदि  $x^x y^y z^z = c$ , तो सिद्ध करो कि,  $x=y=z$ , पर  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$

(b) By the given table find mean and median-

निम्न सारणी के द्वारा समान्तर माध्य तथा माध्यिका ज्ञात करो -

Class Interval वर्ग अन्तराल	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22
Frequency बारम्बारता	6	10	14	27	17	10	6

(c) Find equation of a plane which passes through the intersection of the planes  $x+2y+3z=4$  and  $2x+y-z+5=0$  and perpendicular to the plane  $5x+3y+6z+8=0$ .

उस समतल का समीकरण ज्ञात करो जो समतलों  $x+2y+3z=4$  और  $2x+y-z+5=0$  के प्रतिच्छेदक रेखा से होकर जाता है तथा समतल  $5x+3y+6z+8=0$  पर लम्ब है।

(d) Find out equation of a sphere such that the co-ordinates of the diameter of the sphere are  $(2, -3, 1)$  and  $(3, -1, 2)$

उस गोले का समीकरण ज्ञात करो जिसके व्यास के सिरों के निर्देशांक  $(2, -3, 1)$  तथा  $(3, -1, 2)$  हैं।

(e) By vector method prove that  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

सदिश विधि से सिद्ध करो कि  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

7. Attempt any Two Parts (किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए) :

10 x 2 = 20

(a) If  $y = e^{m \cos^{-1} x}$ , show that  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+m^2)y_n = 0$

यदि  $y = e^{m \cos^{-1} x}$  तो सिद्ध कीजिये कि -

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+m^2)y_n = 0$$

(b) Solve the differential equation (अवकल समीकरण को हल कीजिए) :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - 4y = x^4$$

(c) Find fourier series for the function  $f(x) = x$ ,  $-\pi < x < \pi$

दिये गये फलन,  $f(x) = x$ ,  $-\pi < x < \pi$  के लिये फोरियर श्रेणी की स्थापना कीजिये।

\*\*\*\*\*